

一种求解随机期望值模型的改进差分进化算法

孙 滢, 高岳林

(北方民族大学 信息与系统科学研究所, 宁夏 银川 750021)

摘 要: 针对随机期望值模型的特点, 将随机模拟技术和松弛选择策略相结合, 提出了一种改进的差分进化算法. 并将该算法用于求解报童问题等模型, 数值结果表明了算法的有效性和可行性.

关键词: 随机期望值模型; 差分进化算法; 随机模拟

中图分类号: TP31

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2012)04-0023-03

An Improved Differential Evolution Algorithm of Stochastic Expected Value Models

SUN Ying, GAO Yue-lin

(Institute of Information and System Science, Northern National University, Yinchuan, China 750021)

Abstract: For stochastic expected value models, an improved differential evolution algorithm is proposed, which has stochastic simulation technology and combining flabby selection strategy. And the algorithm is used to solve problems such as the newsboy model. Numerical results show that the algorithm is effective and feasible.

Key words: stochastic expected value models; differential evolution; stochastic simulation

1 引言

在现实世界中, 人们在作决策时经常会碰到含有随机变量的数学规划问题, 这类问题统称为随机规划模型, 但出于不同的管理目的和技术要求, 所建立的数学规划模型也不尽相同. 但最简单易行的方法就是取这些随机变量所对应的函数的概率平均值 (即数学期望), 从而把随机规划转化成一个确定的数学规划, 这种方法被称为随机期望值模型^[1].

随机期望值模型即在期望约束下, 使目标函数的期望值达到最优的数学规划. 其一般形式为

$$\begin{cases} \max & E[f(x, \xi)] \\ \text{s. t.} & E[g_j(x, \xi)] \leq 0, j = 1, 2, \dots, p \\ & h_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, q \end{cases}$$

式中, x 是一个 n 维决策向量, ξ 是一个 t 维随机向量, 其概率密度函数为 $\phi(\xi)$, $f(x, \xi)$ 是目标函数, $g_j(x, \xi)$ 是随机约束函数, $h_j(x) \leq 0$ 是确定性约束函

数, E 表示期望值算子.

该类模型的应用十分广泛, 如经典的报童问题就可利用随机期望值模型来解决, 但不论是目标函数还是约束函数中的数学期望求解本身是一个多重积分问题, 难于计算, 导致该模型的求解也很困难. 现阶段, 国内外学者对该问题的研究也并不充足. 因此, 给出求解此类问题的可行的、有效的算法就变得十分有意义.

目前, 对于该问题的求解算法主要是利用随机模拟 (Monte Carlo 模拟) 与智能算法相结合的形式. 文献[1]中给出的基于随机模拟的遗传算法是目前解决随机期望值模型较为成功的算法, 但遗传算法中的选择、交叉、变异过程复杂, 不易掌握, 而且收敛速度较慢; 文献[2-3]中分别提出了混合 PSO 的智能算法和 DNA 遗传算法求解该模型, 都取得了较好的效果, 但在约束的处理上仍有一定的不足. 鉴于此, 本文采用随机模拟计算随机函数的期望值, 利

收稿日期: 2011-07-18; 修回日期: 2011-09-12

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60962006); 北方民族大学科研项目 (2010Y036)

用改进差分进化算法解决决策变量的寻优问题,并对差分进化算法的选择操作予以改进来解决约束的问题.

2 基于随机模拟技术的改进差分进化算法

2.1 随机模拟技术

从数学观点来看,确定性优化问题和期望值模型并没有什么区别,唯一的不同就是后者存在多重积分.在此,我们采用随机模拟技术^[1]来计算随机函数的数学期望.

设 ξ 为定义在概率空间 (Θ, A, Pr) 上的 n 维随机向量, $f: R^n \rightarrow R$ 为可测函数,则 $f(\xi)$ 为随机变量.利用随机模拟计算 $E[f(x, \xi)]$, 首先,根据概率测度 Pr , 从 Θ 中产生样本 ω_k , 记 $\xi_k = \xi(\omega_k)$, $k=1, 2, \dots, N$. 等价于根据概率密度函数 $\phi(\xi)$ 抽出的随机向量的观测值 ξ_k , $k=1, 2, \dots, N$. 由大数定律, 当 $N \rightarrow \infty$ 时, 可用 $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x, \xi_i)$ 作为 $E[f(x, \xi)]$ 的估计值.

具体步骤如下:

Step1 置 $L=0$;

Step2 根据概率测度 Pr , 从 Θ 中产生样本 $\omega(\xi)$

Step3 $L \leftarrow L + f(x, \xi)$

Step4 重复 Step2 和 Step3 共 N 次;

Step5 $E[f(x, \xi)] = L/N$.

2.2 改进差分进化算法

差分进化算法 (Differential Evolution, DE)^[4], 是 Stron 和 Price 于 1995 年提出的一种新的进化计算方法, 适用于求解连续变量的全局优化问题. 由于其原理简单, 易于理解和实现, 以及受控参数少等优点, 一经提出就得到了广泛的研究和应用. 差分进化算法主要有三个操作: 变异、交叉和选择, 但这三个操作和遗传算法完全不同. 为了使 DE 算法更好地求解随机期望值模型, 必须对其进行改进.

(1) 变量的描述和初始化

设种群规模为 NP , 编码长度为 N , 第 t 代种群中的第 i 个个体为 $x_i^t = (x_{i1}^t, x_{i2}^t, \dots, x_{iN}^t)$, 其中 $i=1, 2, \dots, NP$, 进化代数 t , lb_i 和 ub_i 分别决策变量 x_i 的下界和上界.

产生初始种群:

$$x_i^0 = lb_i + rand * (ub_i - lb_i), i = 1, 2, \dots, NP \quad (1)$$

式中, $rand$ 为 $[0, 1]$ 之间的均匀随机数.

(2) 变异操作

对于每个个体 i 先按下式产生变异个体 $v_i^t = (v_{i1}^t, v_{i2}^t, \dots, v_{iN}^t)$, 其中:

$$v_{ij}^t = x_{r_1j}^t + F(x_{r_2j}^t - x_{r_3j}^t) \quad (2)$$

$x_{r_1}^t = (x_{r_11}^t, x_{r_12}^t, \dots, x_{r_1N}^t)$, $x_{r_2}^t = (x_{r_21}^t, x_{r_22}^t, \dots, x_{r_2N}^t)$ 和 $x_{r_3}^t = (x_{r_31}^t, x_{r_32}^t, \dots, x_{r_3N}^t)$ 是群体中随机选择的三个个体, 并且 $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$. F 是一个介于 $[0, 2]$ 之间的常数, 称为缩放因子.

(3) 交叉操作

通过如下所示的交叉操作产生试验个体 $u_i^t = (u_{i1}^t, u_{i2}^t, \dots, u_{iN}^t)$, 其中:

$$u_{ij}^t = \begin{cases} v_{ij}^t & \text{if } rand \leq CR \text{ or } j = j_rand \\ x_{ij}^t & \text{if } rand > CR \text{ or } j \neq j_rand \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

$rand$ 是 $[0, 1]$ 间的随机数; CR 是范围在 $[0, 1]$ 间的常数, 称为交叉因子, CR 值越大, 发生交叉的可能性就越大; j_rand 是在 $[1, N]$ 随机选择的一整数, 它保证了对于试验个体 u_i^t 至少要从变异个体 v_i^t 中获得一个元素.

(4) 改进选择操作

差分进化算法采用“贪婪”的搜索策略, 经过变异与交叉操作后产生的实验个体 u_i^t 与 x_i^t 竞争后选择适应度值最好的作为下一代的个体, 即当 u_i^t 的适应度值更有时才会被选为子代, 否则, x_i^t 继续保留到下一代. 考虑到随机期望值模型的是有约束的问题, 在此给出修正的选择操作^[5-6].

当变量 x 与变量 y 比较时, 依下列准则, 认为变量 x 优于变量 y :

(1) 变量 x, y 的约束违反度的和小于等于 δ (δ 为设置的违反约束的容忍度), 但变量 x 的目标期望值较大;

(2) 变量 x 的约束违反度的和小于等于 δ , 变量 y 的约束违反度的和大于 δ ;

(3) 变量 x, y 的约束违反度的和大于 δ , 但变量 x 约束违反度的和较小.

定义违反约束度函数, 如下所示.

① 当约束函数是随机函数时: $wol(x) = \sum_{i=1}^p (\max(0, E[g_j(x, \xi)]))^2$ 其中, 利用随机模拟的方式计算 $E[g_j(x, \xi)]$;

② 当约束函数是确定性函数时: $wol(x) = \sum_{i=1}^p (\max(0, h_j(x)))^2$;

通过获取违反度函数值的信息来引导个体到可行域, 这里的 δ 随迭代的次数递减, 初始值取为

10^{-5} , 满足方程 $\delta=c\delta$, 其中 c 为常数, 通常取 0.5. 改进的选择操作变得相对宽松, 既保留了精英个体, 也对违反约束的不可行解一个引导作用, 进而提高了算法的全局寻优能力.

2.3 算法描述(NDE)

Step 1 (初始化) 根据式(1)产生初始种群, 设定缩放因子 F , 变异因子 CR , 编码长度 N , 置种群进化代数 $t=0$;

Step 2 个体评价: 利用随机模拟技术估算每个个体的适应度值 $fun(*)$ (即 $E[f(x, \xi)]$).

Step 3 变异操作: 按式(2)对每个个体进行变异操作, 并得到变异个体 v_i .

Step 4 交叉操作: 按式(3)对每个个体进行交叉操作, 得到试验个体 u_i .

Step 5 选择操作: 利用改进选择策略选择个体进入下一代.

Step6 终止检验: 如果达到最大进化代数, 则输出最优解; 否则, 令 $t=t+1$ 转 Step 2.

3 数值算例

(1) 参数选择

进化代数: 100; 缩放因子 $K=2$; 约束容忍度的初值 $\delta=0.000\ 1$, 利用 matlab7.0 编写程序解决以下两个问题:

例 1 报童问题

报童问题是一个经典的随机期望值模型, 这里假设每份报纸售价 $a=6$ 元, 回收中心的回收价格 $b=0.2$ 元, 订购价格 $c=4$ 元, 需求量考服从正态分布 $N(100, 100)$. 见图 1.

新算法(NDE)与 GA、下降法结果比较见表 1.

表 1 新算法(NDE)与 GA、下降法结果比较表

	x_1	最优值
GA ^[1]	96	178.76
下降法 ^[7]	96	179
NDE	97	181.38

例 2 具有 3 个决策变量和 3 个随机变量的期望值模型

$$\begin{cases} \min & E[\sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 + (x_3 - \xi_3)^2}] \\ \text{s. t.} & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 10 \end{cases}$$

式中, ξ_1 服从均匀分布 $U(1, 2)$, ξ_2 服从正态分布 $N(3, 1)$, ξ_3 服从指数分布 $EXP(4)$. 见图 2. 新算法(NOE)与 GA、PSO 结果比较见表 2.

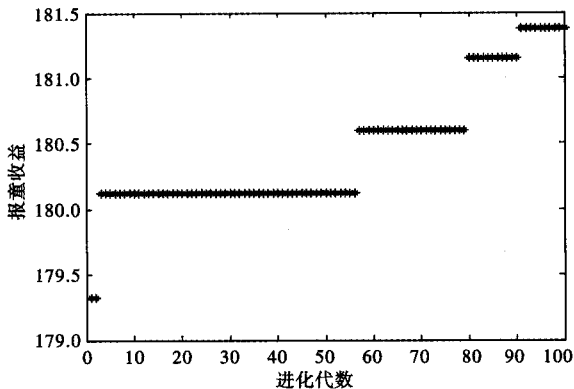


图 1 报童问题

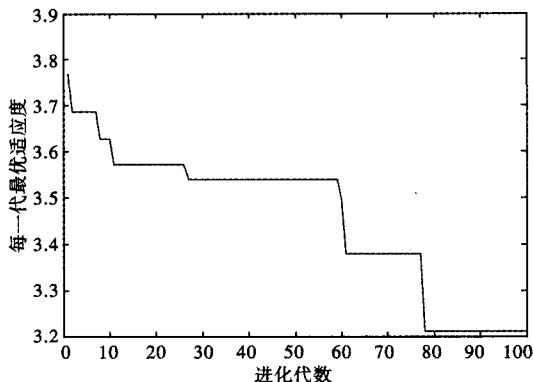


图 2 实例 2 每代最优解

表 2 新算法(NDE)与 GA、PSO 结果比较表

	x_1	x_2	x_3	最优值
GA ^[1]	1.103 5	2.169 3	2.019 1	3.56
PSO ^[3]	0.980 0	2.219 9	2.027 7	3.32
NDE	1.582 7	2.483 7	3.134 4	3.21

(2) 结果分析

本文中利用文献[1]中的两个实例进行数值试验, 并将其与文献[1, 3]中对此问题的求解结果相比较, 本文所给的算法可在有限步内得到近似最优解, 算法收敛速度较快. 鉴于差分进化算法是一种随机进化算法, 在这里为了避免结果的偶然性, 对每一个问题都进行计算 50 次得平均值.

4 结束语

随机期望值模型应用十分广泛, 但其求解算法却十分有限, 特别是对于约束的处理方法更加单一. 本文给出了基于松弛可行基选择策略的改进差分进化算法解决此类问题, 收敛速度快, 和相应文献中的结果比较, 可以得到问题的更优的结果, 说明该算法求解随机期望值模型是可行的、有效的.

电路的性能满足 8-bit 25Ms/s 的性能要求,全电路仿真结果表明,本文设计的电路满足系统设计要求,并具有进一步扩展通道数的能力。

参考文献:

- [1] 高武. 正电子发射断层成像前端读出芯片设计技术研究[D]. 西安:西北工业大学, 2011.
- [2] Piotr Otfinowski. A 2.5MS/s 225 μ W 8-bit charge redistribution SAR ADC for multichannel applications [C]//Mixed Design of Integrated Circuits and Systems (MIXDES). Paland; Technical University of Lodz, 2010:182-185.
- [3] Wu Gao, Deyuan Gao, Tingcun Wei, et al. A 12-bit low-power multi-channel ramp ADC using digital DLL techniques for high-energy physics and biomedical imaging[C]//Solid-State and Integrated Circuit Technology (ICSICT). China; Shanghai, 2010: 227-229.
- [4] Kambiz Kaviani, Ömer Oralkan, Pierre Khuri-Yakub, et al. A multichannel pipeline analog-to-digital converter for an integrated 3-D ultrasound Imaging system [J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2003, 38 (7):1266-1270.
- [5] 张凯,周贵贤,刘焯. 12 位 100MS/s ADC 中采样/保持电路的分析与设计[J]. 微电子学与计算机, 2007, 24(11): 8-13.
- [6] Davor Petrinović. High efficiency multiplexing scheme for multi-channel A/D conversion[C]// Circuits and Systems, 1998 Midwest Symposium on. USA; San Diego, 1998: 534-537.
- [7] 栗成智,瞿小峰,隋文泉. 一种 0.18 μ m 数字工艺的 12 bit 100 MS/s 流水线型 ADC 设计[J]. 微电子学与计算机, 2010, 27(4): 591-595.
- [8] Mikael Gustavsson, Jacob Wikner J, Nianxiong Nick Tan. CMOS data converters for communications[M]. New York: Kluwer Academic Publishers, 2002.

作者简介:

卢双第 男, (1987—), 硕士研究生. 研究方向为模拟与混合集成电路设计.

(上接第 25 页)

参考文献:

- [1] 刘宝碇,赵瑞清. 随机规划与模糊规划[M]. 北京:清华大学出版社, 1998.
- [2] 肖宁,曾建潮,李卫斌. 基于 PSO 求解随机期望值模型的混合智能算法[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45 (10): 45-48.
- [3] 王明春,唐万生. 基于 DNA 遗传算法的随机整数规划期望值模型求解[J]. 数学的事件与认识, 2009, 39(4): 121-126.
- [4] Storn R, Price K. Differential evolution-a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces[R]. Berkldy, Technical Report International Computer Science Institute, 1995.
- [5] 赵昕,李剑. 应用于负荷经济分配的改进差分进化算法[J]. 微电子学与计算机, 2010, 27(2): 159-166.
- [6] 刘俊梅,马永刚. 非线性约束整数规划问题的改进差分进化算法[J]. 商洛学院学报, 2010, 24(6): 86-88.
- [7] 李灏,丁晓东. 用基于计算机随机模拟的下降法求解报童问题[J]. 微计算机信息, 2006, 22(3): 146-147.

作者简介:

孙 滢 女, (1982—), 硕士. 研究方向为最优化理论及应用、金融数学与金融工程.

高岳林 男, (1963—), 博士, 教授. 研究方向为最优化理论方法及应用、智能计算及应用、金融数学与金融工程.